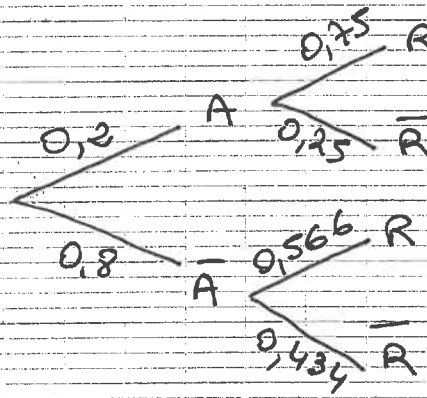
le 15/11/2021. Correction DS n°2 1ère Spé (2R).

Exo1 (5)

1) a) $p(A) = 0,2$ $p_A(R) = 0,75$ $p_{\bar{A}}(R) = 0,566$ (0,75)

b)



(1)

2) a) $p(A \cap R) = p(A) \times p_A(R) = 0,2 \times 0,75 = 0,15$ (1)

b) 15% des candidats ont suivi la filière AAC et ont réussi l'examen. (0,5)

3) A et $\bar{A}$ forment une partition de l'univers.
D'après la formule de probabilités totales, on a :

$p(R) = p(A \cap R) + p(\bar{A} \cap R)$.

$= 0,15 + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(R)$

$= 0,15 + 0,8 \times 0,566$ 1,25.

$= 0,6028$.

4) $p_R(A) = \dfrac{p(A \cap R)}{p(R)} = \dfrac{0,15}{0,6028} \approx 0,2488$. (0,5)

Exo2

	(F) Femme	Homme	Total
Profess (P)	20	16	36
Amateur	35	28	63
Total	55	44	99

$p(F) = \dfrac{55}{99} = \dfrac{5}{9}$

$p(P) = \dfrac{36}{99} = \dfrac{4}{11}$

$p(F \cap P) = \dfrac{20}{99}$

$p(F) \times p(P) = \dfrac{5}{9} \times \dfrac{4}{11} = \dfrac{20}{99} = p(F \cap P)$

donc F et P sont indépendants. (2)

Exo3 : $P(x) = x^3 - 4x^2 - 11x + 30$.

4

1) $P(2) = 2^3 - 4\times 2^2 - 11\times 2 + 30$

$= 8 - 16 - 22 + 30 = 0$. 0,25

2) $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$.

$= ax^3 + bx^2 + cx - 2ax^2 - 2bx - 2c$.

$= ax^3 + (b-2a)x^2 + (c-2b)x - 2c$

$= x^3 - 4x^2 - 11x + 30$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b - 2a = -4 \\ c - 2b = -11 \\ -2c = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = -15 \end{cases}$ 1,5.

d'où $P(x) = (x-2)(x^2 - 2x - 15)$.

3) a) $P(x) = 0$.

d'après le théorème du produit nul

soit $x - 2 = 0$ de $x = 2$.

1,25 soit $x^2 - 2x - 15 = 0$ $\Delta = 64 > 0$.

$x_1 = -3$ et $x_2 = 5$. $S = \{-3; 2; 5\}$.

b).

x	$-\infty$		-3		2		5		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$x^2-2x-15$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

1

Exo4 : (E_m) : $(m+3)x^2 + mx + 1 = 0$

3

1) si $m = -3$. (E_{-3}) : $-3x + 1 = 0$

est une équation du 1er degré

0,5 dont la solution est $\frac{1}{3}$.

2) $m \neq -3$.

(0,5) (E_m) admet une unique solution ssi $\Delta = 0$.

(1) $\Delta = b^2 - 4ac = m^2 - 4(m+3)$.
$= m^2 - 4m - 12$.

$\Delta = 0 \Leftrightarrow m^2 - 4m - 12 = 0$.

$\Delta' = (-4)^2 + 4 \times 1 \times 12 = 16 + 48 = 64 > 0$.

(1) $m_1 = \frac{4+8}{2} = 6$

$m_2 = \frac{4-8}{2} = -2$.

(E_m) admet une seule solution ssi $\Delta = 0$ ssi $m = 6$ ou $m = -2$.

Exo 5 : (E) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$.

On pose $X = x^2$, l'équation (E) devient

$X^2 - 8X - 9 = 0$.

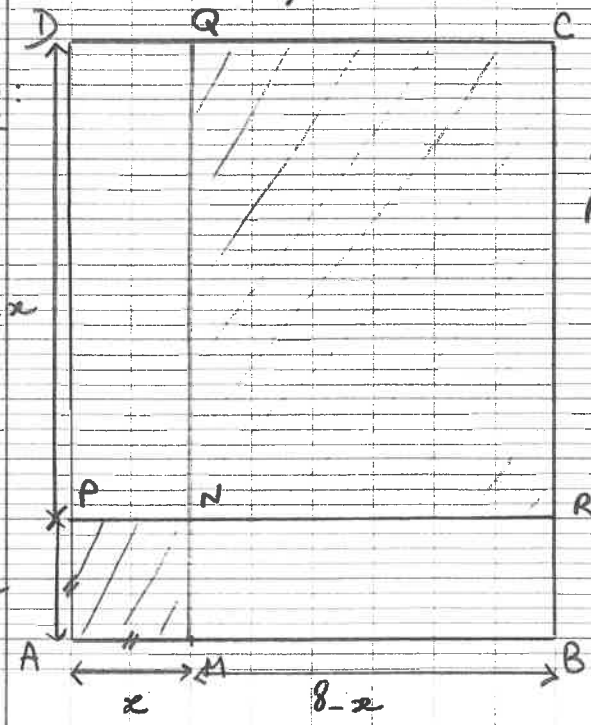
$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 100 > 0$

(2) $X_1 = \frac{8+10}{2} = 9$ d'où $x^2 = 9$ et $x = \pm 3$.

$X_2 = \frac{8-10}{2} = -1$. d'où $x^2 = -1$ impossible

$S = \{-3; 3\}$.

Exo 6 :



1) $x \in [0; 8]$. (0,5)

2) Aire zone claire : //

$A_c = A(AMNP) + A(NRCQ)$.

$= x^2 + (8-x)(10-x)$.

$= x^2 + 80 - 8x - 10x + x^2$

$= 2x^2 - 18x + 80$. (0,5)

Aire zone foncée.

$A_F = A(NPDQ) + A(MNRB)$.

$= x(10-x) + x(8-x)$.

$= 10x - x^2 + 8x - x^2$

$= 18x - 2x^2$. (0,5)

3) Problème : $A_c \geqslant A_F$.

$2x^2 - 18x + 80 \geqslant 18x - 2x^2$

(0,5) $\Leftrightarrow 2x^2 - 18x + 80 - 18x + 2x^2 \geqslant 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 36x + 80 \geqslant 0$.

4) $\Delta = (-36)^2 - 4 \times 4 \times 80 = 16$.

$x_1 = \frac{36+4}{8} = 5$

$x_2 = \frac{36-4}{8} = 4$.

(2)

x	0		4		5		8
$4x^2-36x+80$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Il faut donc que $x \in [0;4] \cup [5;8]$.